

Le digesteur anaérobie comme système bistable : un crédit climatique dépendant de l'histoire et son signal d'alerte précoce

Theo Piens, Ph.D.

Chercheur environnemental indépendant, France · ORCID 0000-0002-4422-2786

TABLE DES MATIÈRES

Résumé	3
1. Introduction	4
2. État de l'art	5
3. Méthodes	7
3.1 Modèle	7
3.2 Branches d'équilibre et nœud-col	8
3.3 Traduction en bilan de gaz à effet de serre	9
3.4 Ralentissement critique	9
3.5 Robustesse et reproductibilité	10
4. Résultats	10
4.1 Bistabilité et nœud-col	10
4.2 Changement de signe du bilan climatique	10
4.3 Ralentissement critique comme signal d'alerte	11
4.4 Représentativité	12
5. Discussion	13
5.1 Un crédit mal posé, non simplement incertain	13
5.2 Pourquoi le traitement avancé de l'incertitude ne suffit pas	13
5.3 Le ralentissement critique comme indicateur opérationnel	14
5.4 Portée et limites	15
6. Conclusion	15
Références	16
Supplément	17

Le digesteur anaérobie comme système bistable : un crédit climatique dépendant de l'histoire et son signal d'alerte précoce

Theo Piens, Ph.D. · Chercheur environnemental indépendant, France

ORCID 0000-0002-4422-2786

Préprint, version de travail. Code et données reproductibles déposés en accès ouvert (DOI Zenodo à la première version stable). Aucun conflit d'intérêt déclaré.

Résumé

Contexte. L'analyse de cycle de vie (ACV) crédite la digestion anaérobie d'un bénéfice climatique fixe : le méthane produit évite du gaz naturel, et ce crédit est porté, dans les déclarations environnementales de produits, par un module dont la valeur est supposée constante (module D de la norme EN 15804). Or la digestion anaérobie est un écosystème microbien dont la dynamique est connue pour être bistable : à charge organique donnée, un même réacteur peut occuper un état méthanogène sain ou un état acidifié, et basculer de l'un à l'autre.

Objectif. Nous examinons la conséquence de cette bistabilité, établie dans la littérature, pour le crédit climatique attribué au procédé en ACV, et nous précisons l'apport d'un signal d'alerte précoce de nature dynamique, complémentaire des indicateurs chimiques à seuil déjà employés en exploitation.

Méthodes. Nous utilisons le modèle réduit AM2 (Bernard et al., 2001), identifié sur un digesteur réel de 1 m³ traitant des effluents de distillerie vinicole. Nous calculons par continuation les branches d'équilibre le long du taux de dilution, situons analytiquement le nœud-col, traduisons chaque branche en bilan de gaz à effet de serre, et estimons le temps de retour à l'équilibre par diagonalisation de la jacobienne le long de la branche saine.

Résultats. Sur le jeu de paramètres identifié, le nœud-col est situé à un taux de dilution $D_{\text{fold}} \approx 0,587 \text{ j}^{-1}$. Dans la fenêtre bistable, le même digesteur, à charge identique, est un puits ou une source de gaz à effet de serre selon son seul état initial, c'est-à-dire selon son histoire. À l'approche du nœud-col, le temps de retour à l'équilibre passe par un minimum d'environ quatre jours puis diverge, ce qui constitue un signal d'alerte précoce mesurable du basculement.

Conclusion. Pour un procédé bistable, le crédit climatique attribué à l'unité fonctionnelle n'est pas seulement incertain, il est mal posé dans la fenêtre de bistabilité, parce qu'il dépend de la trajectoire et non de la seule charge. Nous proposons que l'ACV de tels procédés rapporte le régime, et non la seule quantité, et que le ralentissement critique, lecture

dynamique des indicateurs chimiques déjà suivis, complète l'arsenal de surveillance. Nous présentons ce travail comme l'application, à l'ACV, de résultats établis de la dynamique des systèmes et de l'écologie des transitions critiques, et non comme un résultat mathématique nouveau ; sa nouveauté tient au pont vers la comptabilité du crédit.

1. Introduction

La digestion anaérobie occupe une place centrale dans les bilans environnementaux de la gestion des déchets organiques et des bioénergies. En analyse de cycle de vie, son bénéfice climatique est généralement comptabilisé comme un crédit : le biométhane produit se substitue à du gaz naturel fossile, et l'on inscrit l'émission évitée correspondante. Ce crédit n'est pas accessoire. Il est souvent ce qui fait pencher la balance en faveur de la méthanisation dans les comparaisons de filières de traitement, et il sous-tend une partie des politiques de soutien à la bioénergie. Sa justesse engage donc des décisions réelles d'investissement et d'orientation, et la question de savoir s'il est bien défini n'est pas seulement méthodologique. Dans le cadre normatif des déclarations environnementales de produits de construction et d'autres filières, ce bénéfice est porté par un module dédié à la matière ou à l'énergie évitée, dont la valeur entre dans le calcul comme une constante attachée à l'unité fonctionnelle (norme EN 15804).

Cette comptabilité suppose implicitement que le procédé possède un point de fonctionnement bien défini, autour duquel la production de méthane, donc le crédit, varie de façon régulière avec la charge. Mais un digesteur n'est pas une boîte au rendement fixe, c'est une population : des milliards de micro-organismes qu'on nourrit, qui digèrent, et qui, comme toute population vivante, peuvent prospérer ou s'effondrer. Du point de vue dynamique, c'est un écosystème microbien à deux populations couplées : des bactéries acidogènes produisent des acides gras volatils, que des archées méthanogènes consomment en méthane. Cette seconde étape s'inhibe par son propre substrat. De cette inhibition résulte une propriété bien documentée : le système est *bistable*. À une même charge organique, deux états stables peuvent coexister, un état méthanogène productif et un état acidifié non productif, et le réacteur peut basculer de l'un à l'autre sous perturbation. La bistabilité et la structure de nœud-col de modèles réduits de digestion anaérobie ont été établies rigoureusement (Meadows et al., 2019), et le risque de basculement vers le lessivage de la biomasse (washout) par accumulation d'acides est un objet classique du contrôle de procédé.

La lacune que nous traitons est la suivante : la comptabilité ACV du crédit climatique ignore cette bistabilité, alors qu'elle en modifie la nature même. Notre contribution tient en un paragraphe. Sur le modèle AM2 identifié sur un réacteur réel, nous montrons que, dans la fenêtre de bistabilité, le bilan de gaz à effet de serre du procédé change de signe selon l'état

occupé : à charge identique, le même digesteur est un puits ou une source, selon son histoire et non selon la charge. Il s'ensuit que le crédit attribué à l'unité fonctionnelle n'est pas une quantité bien définie dans cette fenêtre, conséquence directe de la bistabilité, le nœud-col n'étant que la frontière, le washout. Nous montrons ensuite que le ralentissement critique, signature dynamique de l'approche d'une bifurcation, fournit un signal d'alerte précoce mesurable du basculement. Nous annonçons les trois résultats chiffrés : un nœud-col à $D_{\text{fold}} \approx 0,587 \text{ j}^{-1}$, un changement de signe du bilan climatique dans la fenêtre bistable, et une divergence du temps de retour à l'équilibre à l'approche du pli.

Nous insistons d'emblée sur la nature de l'apport. La bistabilité et le ralentissement critique sont des résultats établis de la dynamique des systèmes (Strogatz, 2018) et de l'écologie des transitions critiques (Scheffer et al., 2009). La nouveauté revendiquée ici n'est pas mathématique : c'est la mise en correspondance de ces propriétés connues avec la comptabilité du crédit climatique en ACV, et la conclusion méthodologique qui en découle.

2. État de l'art

Modélisation et instabilité de la digestion anaérobie. Deux familles de modèles cohabitent. Le modèle ADM1 (Batstone et al., 2002) est un modèle de référence détaillé, à grand nombre d'états. Le modèle AM2, ou AMOCO (Bernard et al., 2001), est un modèle réduit à deux étapes et quatre variables d'état, conçu pour la commande et la surveillance, et identifié sur un digesteur pilote réel. La perte de stabilité de la digestion anaérobie par surcharge, qui conduit à l'accumulation d'acides gras volatils puis au lessivage de la biomasse méthanogène, est un phénomène observé en exploitation et un objet central du contrôle de procédé. L'analyse mathématique de ces modèles réduits a établi l'existence d'une bistabilité et d'une bifurcation de type nœud-col, ainsi que la convergence de toute trajectoire vers un point d'équilibre, sans cycle limite, y compris dans le régime bistable (Meadows et al., 2019). Le diagramme opératoire, qui cartographie les régimes en fonction des paramètres de conduite, est désormais bien caractérisé pour ces modèles à deux étapes. En pratique, la perte de stabilité se manifeste par l'accumulation des acides gras volatils et la chute de la capacité tampon, que les exploitants suivent au moyen d'indicateurs d'état dédiés (Boe et al., 2010) ; maintenir le réacteur à distance du lessivage est un objectif explicite des stratégies de commande de la digestion anaérobie. Le phénomène que nous étudions n'est donc ni hypothétique ni marginal : c'est le mode de défaillance que la conduite cherche précisément à éviter.

Transitions critiques et signaux d'alerte précoce. En écologie et au-delà, l'approche d'une bifurcation de type nœud-col s'accompagne d'un *ralentissement critique* : la valeur propre dominante du système linéarisé tend vers zéro, et le temps de retour à l'équilibre après une perturbation augmente sans borne à mesure que l'on approche du pli. Ce ralentissement

laisse des traces dans les fluctuations ordinaires du système, sous la forme d'une montée de l'autocorrélation et de la variance, que l'on sait détecter sur séries réelles sans connaître le modèle sous-jacent (Scheffer et al., 2001 ; Scheffer, 2009). Cette genericité fait tout leur intérêt opérationnel ; leur limite est connue, elle aussi : ils signalent l'approche d'une transition, non sa date, et certaines classes de bifurcation les laissent muets. Les méthodes statistiques de détection sur séries réelles, y compris le traitement des faux positifs et de la saisonnalité, sont aujourd'hui standardisées (Dakos et al., 2012) ; nous en détaillons la lecture et le protocole au paragraphe 5.3.

Alerte précoce en digestion anaérobie : une antériorité qu'il faut reconnaître. Soyons clairs sur ce point, car c'est lui qui décide de la nature de notre contribution. La détection précoce de la défaillance d'un digesteur n'est pas un terrain vierge ; c'est même un champ fourni. Un corpus dédié a identifié des indicateurs efficaces, au premier rang desquels le rapport entre alcalinité intermédiaire et alcalinité bicarbonate (IA/BA) et la concentration en acides gras volatils, qui offrent des temps d'alerte de l'ordre de cinq à huit jours sur des digesteurs réels, démontrés sur déchets alimentaires (Wu et al., 2014), sur déchets végétaux (Li et al., 2017), et jusqu'à la voie sèche en pleine échelle. Nous ne prétendons donc nullement introduire l'alerte précoce en digestion anaérobie. Mais ces indicateurs sont, pour l'essentiel, de nature chimique et à seuil : une grandeur franchit une valeur critique, et l'alerte se déclenche. Le ralentissement critique est d'une autre espèce. Il ne lit pas le niveau d'une grandeur, mais la dynamique de ses fluctuations, la montée de sa variance et de son autocorrélation à l'approche du nœud-col ; et il a été observé directement, sur une population microbienne réelle dont on faisait varier le taux de dilution jusqu'au point de bascule (Dai et al., 2012), c'est-à-dire dans un système et avec un paramètre de contrôle étroitement analogues à ceux d'un digesteur. Notre apport, sur ce plan, n'est donc pas de proposer une alerte supplémentaire. Il est double : fournir le soubassement dynamique, le nœud-col et le ralentissement critique, des indicateurs que le terrain emploie déjà empiriquement, et relier ce soubassement à une conséquence qui, elle, est neuve, la comptabilité du crédit climatique en analyse de cycle de vie.

ACV de la digestion anaérobie et traitement de l'incertitude. Le bénéfice climatique de la digestion anaérobie est comptabilisé en ACV comme une émission évitée, portée par un module à valeur fixe (EN 15804). Le traitement de l'incertitude en ACV a fait l'objet de développements importants au-delà de la simple marge log-normale : propagation par Monte-Carlo, prise en compte des corrélations entre paramètres, analyse de sensibilité globale (Heijungs & Suh, 2002 ; Groen et al., 2014). Ces méthodes sont puissantes, mais elles partagent une hypothèse que nous discuterons : elles propagent une incertitude *paramétrique* à travers une structure de modèle *fixe*, et produisent une distribution de sortie unimodale. Elles ne sont pas conçues pour représenter une sortie *bimodale et dépendante de l'histoire*, qui est la signature d'un procédé bistable.

Positionnement. Le couplage de la dynamique des systèmes à l'analyse de cycle de vie est un champ déjà constitué (McAvoy et al., 2021). Mais son objet est la trajectoire *temporelle* d'un système de produits, le renouvellement d'un parc, la diffusion d'une technologie, l'évolution d'un mix énergétique. Notre objet est distinct : il ne s'agit pas de l'évolution d'un système dans le temps, mais de la *multistabilité* d'un procédé à conditions fixées, c'est-à-dire de la coexistence, au même point de fonctionnement, de deux états stables que l'histoire départage. À notre connaissance, la conséquence de cette bistabilité du procédé pour la comptabilité du crédit climatique en ACV n'a pas été traitée. Notre apport se situe à cette intersection : il est de cadrage et d'outillage, non de dynamique nouvelle. Nous prenons un résultat établi (la bistabilité d'AM2) et nous en tirons une conclusion pour une pratique (la comptabilité du crédit), puis nous proposons un indicateur opérationnel (le ralentissement critique).

3. Méthodes

3.1 Modèle

Nous utilisons le modèle AM2 (Bernard et al., 2001). Il décrit deux populations, acidogène X_1 et méthanogène X_2 , et deux substrats, le substrat organique S_1 et les acides gras volatils S_2 , dans un réacteur de taux de dilution D :

$$\begin{aligned} dX_1/dt &= (\mu_1(S_1) - \alpha D) X_1 \\ dX_2/dt &= (\mu_2(S_2) - \alpha D) X_2 \\ dS_1/dt &= D (S_{1in} - S_1) - k_1 \mu_1(S_1) X_1 \\ dS_2/dt &= D (S_{2in} - S_2) + k_2 \mu_1(S_1) X_1 - k_3 \mu_2(S_2) X_2 \end{aligned}$$

La croissance acidogène suit une cinétique de Monod et la croissance méthanogène une cinétique de Haldane, inhibée par le substrat :

$$\begin{aligned} \mu_1(S_1) &= m_1 S_1 / (S_1 + K_{S1}) \\ \mu_2(S_2) &= m_2 S_2 / (K_{S2} + S_2 + S_2^2/K_{I2}) \end{aligned}$$

Le coefficient $\alpha \in [0, 1]$ représente la fraction de biomasse soumise au lessivage (rétention de biomasse). Le débit de méthane est $q_M = k_6 \mu_2(S_2) X_2$. Les valeurs des paramètres, issues de l'identification sur réacteur réel (Bernard et al., 2001), sont données au Tableau 1. Nous plaçons le coefficient d'inhibition K_{I2} dans la gamme inhibée qui produit la bistabilité, et nous testons la robustesse de ce choix au paragraphe 3.4.

Tableau 1. Paramètres du modèle AM2.

Paramètre	Valeur	Unité	Rôle
m1	1,20	j ⁻¹	taux de croissance acidogène max
KS1	7,1	g·L ⁻¹	constante de demi-saturation (Monod)
m2	0,74	j ⁻¹	taux de croissance méthanogène max
KS2	9,28	mmol·L ⁻¹	constante de demi-saturation (Haldane)
KI2	16	mmol·L ⁻¹	constante d'inhibition (Haldane)
α	0,5	–	fraction de biomasse lessivée
k1	42,14	–	rendement substrat/acidogènes
k2	116,5	–	production d'acides par acidogénèse
k3	268,0	–	consommation d'acides par méthanogénèse
k6	453,0	–	rendement méthane
S1in	15,0	g·L ⁻¹	substrat organique entrant
S2in	80,0	mmol·L ⁻¹	acides gras entrants

3.2 Branches d'équilibre et nœud-col

Pour chaque valeur de D, nous calculons les états stationnaires par intégration jusqu'à l'équilibre (solveur implicite, tolérances $\text{rtol} = 10^{-9}$, $\text{atol} = 10^{-11}$), à partir de deux conditions initiales : un inoculum sain (biomasse méthanogène présente) et un inoculum acidifié (méthanogènes effondrés). Ces deux amorces sélectionnent respectivement la branche saine et la branche acidifiée. Nous suivons chaque branche par continuation en D.

Le nœud-col se situe analytiquement. La cinétique de Haldane $\mu_2(S_2)$ atteint son maximum

$$\mu_{2,\max} = m_2 / (1 + 2 \sqrt{(KS_2/KI_2)})$$

en $S_2^* = \sqrt{(KS_2 \cdot KI_2)}$. L'état méthanogène n'existe que tant que $\alpha D < \mu_{2,\max}$, c'est-à-dire

$$D < D_{\text{fold}} = \mu_{2,\max} / \alpha.$$

Au-delà de D_{fold} , aucun état méthanogène stationnaire n'existe et le lessivage devient global. Pour les paramètres du Tableau 1, $S_2^* \approx 12,2 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$, $\mu_{2,\max} \approx 0,293 \text{ j}^{-1}$, et $D_{\text{fold}} \approx 0,587 \text{ j}^{-1}$.

3.3 Traduction en bilan de gaz à effet de serre

Le débit de méthane q_M à l'équilibre, sur chaque branche, est converti en crédit climatique par substitution au gaz naturel. À ce crédit nous opposons une charge opératoire fixe B , qui représente l'énergie de chauffage et de brassage du réacteur. Cette charge ne dépend pas de l'état biologique : elle persiste lorsque le réacteur s'acidifie et cesse de produire. Le bilan net est

$$\text{GWP_net}(D, \text{branche}) = B - \gamma q_M(D, \text{branche}),$$

où γ convertit le méthane produit en émission évitée. Sur la branche saine, q_M est élevé et le bilan est négatif (puits). Sur la branche acidifiée, $q_M \approx 0$ et le bilan se réduit à B , positif (source). Nous fixons B à une demande énergétique parasite de l'ordre de 10 à 30 % de l'énergie brute produite sur la branche saine, ordre de grandeur documenté pour la digestion mésophile, où le chauffage du digestat domine et le brassage compte pour quelques pour cent. Cette valeur est déclarée et illustrative ; elle fixe la *magnitude* du bilan, non son *signe*. C'est une distinction sur laquelle nous reviendrons, car elle décide de ce qui, dans ce résultat, est trivial et de ce qui ne l'est pas.

3.4 Ralentissement critique

Le long de la branche saine, nous suivons l'état stationnaire par continuation en D , en utilisant l'équilibre obtenu au pas précédent comme amorce du pas suivant, ce qui permet de rester sur la branche jusqu'au voisinage immédiat du pli. En chaque point, nous évaluons la matrice jacobienne 4×4 du système par différences finies centrées, puis nous en calculons les valeurs propres. Le temps de retour à l'équilibre après une petite perturbation est

$$\tau = 1 / |\text{Re}(\lambda_{\text{dom}})|,$$

où λ_{dom} est la valeur propre de partie réelle la moins négative, celle du mode le plus lent. À l'approche d'un nœud-col, $\text{Re}(\lambda_{\text{dom}}) \rightarrow 0$ et $\tau \rightarrow \infty$. Loin du pli, le mode le plus lent peut être un autre mode du système, dont le temps caractéristique décroît quand on charge le réacteur ; ce n'est qu'au voisinage du nœud-col que le mode qui s'annule devient le plus lent et domine. Il en résulte une forme non monotone de τ , d'abord décroissante puis divergente, dont nous tirons précisément le signal d'alerte au paragraphe 4.3.

3.5 Robustesse et reproductibilité

Nous balayons le coefficient d'inhibition K_{I2} de 8 à 40 $\text{mmol}\cdot\text{L}^{-1}$ pour vérifier que la fenêtre de bistabilité n'est pas un artefact d'un réglage particulier. L'ensemble des calculs est déterministe et reproductible ; le code et les figures sont déposés en accès ouvert (DOI Zenodo à la première version stable).

4. Résultats

4.1 Bistabilité et nœud-col

Sur le jeu de paramètres identifié, la branche méthanogène saine et la branche acidifiée coexistent sur une large fenêtre de charge, jusqu'au nœud-col situé analytiquement à $D_{\text{fold}} \approx 0,587 \text{ j}^{-1}$ (paragraphe 3.2). La branche méthanogène existe jusqu'à ce pli, et les deux états restent nettement distincts sur une fenêtre de charge allant d'environ 0,19 à 0,52 j^{-1} ; au-delà, la production saine décline jusqu'à s'éteindre au pli. En deçà de ce pli, l'état occupé par le réacteur n'est pas déterminé par la charge D seule : il dépend de l'amorce, c'est-à-dire de l'histoire du réacteur. La fenêtre de bistabilité résiste au balayage du coefficient d'inhibition K_{I2} de 8 à 40 $\text{mmol}\cdot\text{L}^{-1}$: elle n'est pas un artefact d'un réglage unique, mais une propriété du régime inhibé.

4.2 Changement de signe du bilan climatique

La figure 1 traduit les deux branches en bilan de gaz à effet de serre. Sur la branche saine, la production de méthane soutenue donne un bilan net négatif : le digesteur est un puits. Sur la branche acidifiée, à la même charge, la production s'effondre tandis que la charge opératoire persiste, et le bilan net devient positif : le même digesteur est une source. Dans toute la fenêtre de bistabilité, le signe du bilan climatique attribué à l'unité fonctionnelle dépend donc de la trajectoire suivie, et non de la charge déclarée.

Il faut ici se garder d'une fausse profondeur. Le basculement de signe, pris en lui-même, n'a rien d'étonnant : un réacteur qui ne produit plus mais que l'on continue de chauffer émet sans rien éviter, et l'arithmétique du bilan le dit aussitôt. Le résultat non trivial n'est pas là. Il est dans le fait, établi au paragraphe précédent, que cet état non productif est *stable* à une charge où l'état productif l'est tout autant. C'est cette coexistence, et non le calcul du signe, qui fait que le bilan dépend de l'histoire du réacteur plutôt que de la grandeur déclarée. La bistabilité est le résultat ; le changement de signe n'en est que la traduction comptable.

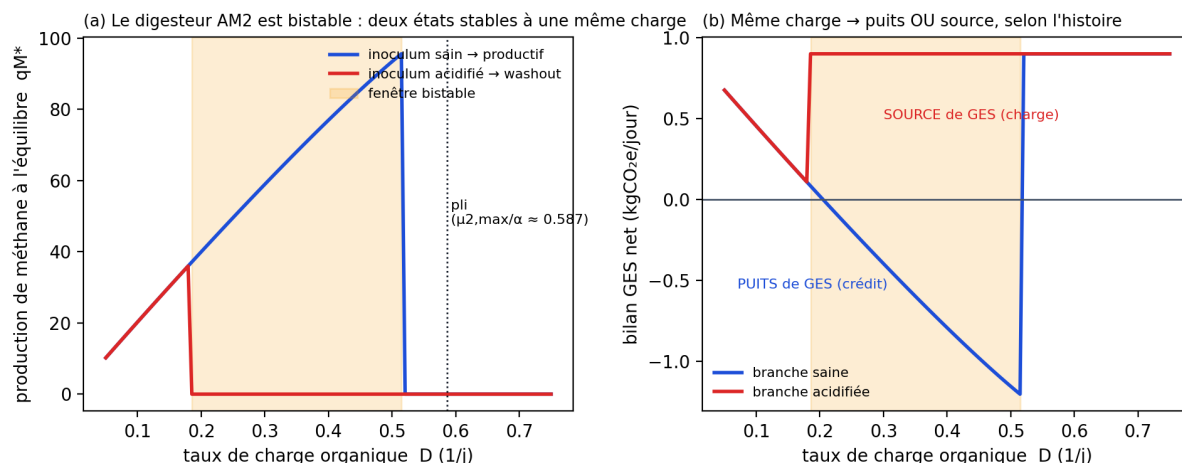


Figure 1. Le digesteur anaérobie (modèle AM2 identifié, Tableau 1) est bistable. (a) Production de méthane à l'équilibre en fonction du taux de charge organique D , sur la branche saine (inoculum méthanogène) et sur la branche acidifiée (inoculum acidifié) ; le pli analytique ($\mu_{2,max}/\alpha \approx 0,587 \text{ j}^{-1}$) marque la disparition de l'état sain. (b) Bilan net de gaz à effet de serre des deux branches : à charge identique, le même réacteur est un puits sur la branche saine et une source sur la branche acidifiée. La magnitude dépend de la charge opératoire fixe supposée ; le changement de signe n'en dépend pas.

4.3 Ralentissement critique comme signal d'alerte

La figure 2 montre, le long de la branche saine, le mode le plus lent et le temps de retour τ . À mesure que l'on charge le réacteur, τ commence par décroître, passe par un minimum d'environ quatre jours vers $D \approx 0,54 \text{ j}^{-1}$, puis diverge à l'approche du nœud-col $D_{\text{fold}} \approx 0,587 \text{ j}^{-1}$, remontant au-delà de neuf jours. Le Tableau 2 en donne quelques valeurs.

Tableau 2. Mode le plus lent et temps de retour le long de la branche saine.

$D \text{ (j}^{-1}\text{)}$	0,30	0,45	0,52	0,54	0,585
$\text{Re}(\lambda_{\text{dom}}) \text{ (j}^{-1}\text{)}$	-0,144	-0,208	-0,235	-0,241	-0,105
$\tau \text{ (j)}$	7,0	4,8	4,3	4,1	9,5

Le minimum de τ vers $D \approx 0,54 \text{ j}^{-1}$ puis sa remontée nette en $D = 0,585 \text{ j}^{-1}$ matérialisent le retournement de tendance. Ce n'est pas le niveau absolu de τ qui constitue le signal, mais son renversement de tendance : le moment où, alors que la charge continue d'augmenter, le réacteur recommence à réagir de plus en plus lentement aux perturbations. Ce renversement précède le lessivage global, et il est mesurable indirectement par la montée de l'autocorrélation et de la variance des acides gras volatils, sans qu'il soit nécessaire de connaître le modèle.

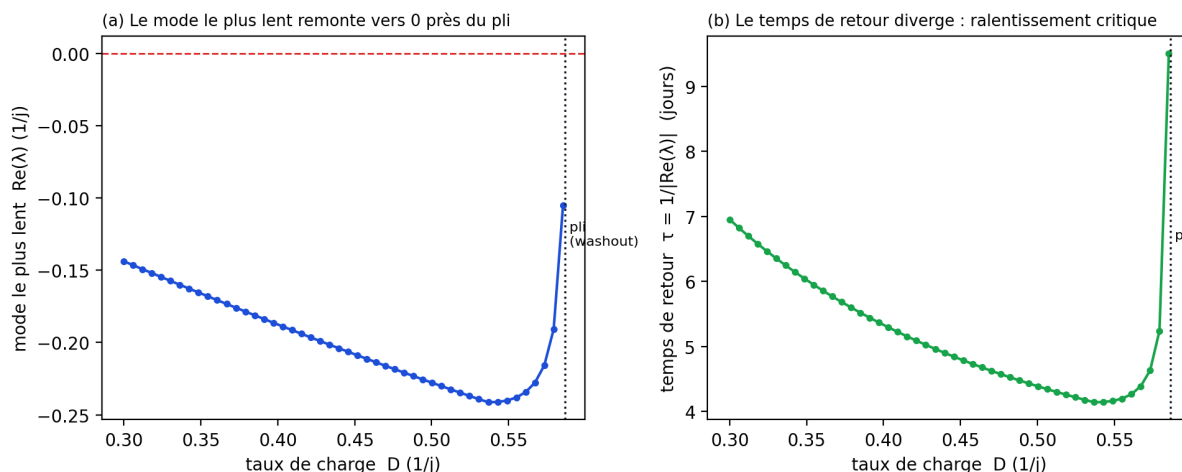


Figure 2. Ralentissement critique le long de la branche saine du modèle AM2. (a) Partie réelle de la valeur propre dominante (mode le plus lent) en fonction du taux de charge D ; elle remonte vers zéro à l'approche du nœud-col. (b) Temps de retour à l'équilibre $\tau = 1/|\text{Re}(\lambda)|$; après un minimum d'environ quatre jours vers $D \approx 0,54 \text{ j}^{-1}$, il diverge à l'approche du pli ($D_{\text{fold}} \approx 0,587 \text{ j}^{-1}$). Le renversement de tendance de τ annonce le basculement avant qu'il ne survienne.

4.4 Représentativité

On objectera, et c'est l'objection la plus sérieuse, que les exploitants évitent précisément le voisinage du pli, et que le crédit usuel repose sur des rendements mesurés sur la branche saine, loin de l'instabilité. La fenêtre où notre résultat mord serait alors trop étroite pour importer. Nous prenons cette objection au sérieux, et nous y répondons par trois situations dont aucune n'est marginale. D'abord, l'économie pousse en sens inverse de la prudence : la digestion à haute charge volumétrique, recherchée pour maximiser le débit de méthane par unité de volume et donc le crédit, rapproche délibérément le réacteur du régime inhibé où la bistabilité apparaît. Ensuite, et surtout, l'état acidifié n'est pas une abstraction : c'est un état de défaillance réel et fréquent, celui-là même que toute la littérature d'alerte précoce existe pour prévenir, et un digesteur qui a basculé reste, le temps de sa récupération, un actif crédité qui produit peu en consommant de l'énergie. La bistabilité explique d'ailleurs pourquoi ce basculement est tenace : l'état acidifié étant stable, on n'en sort pas en se contentant de réduire la charge. Enfin, la dispersion considérable des rendements observés entre installations comparables est, pour une part, compatible avec un effet de branche, sans qu'on puisse aujourd'hui en faire la part exacte. Nous ne disposons pas d'un recensement quantitatif de la fraction du parc opérant près du pli ou en état acidifié ; établir ce recensement, en relisant les séries d'exploitation à travers le prisme du régime, est l'une des suites directes que ce travail appelle. En l'état, le phénomène est contraignant non pas pour tout digesteur, mais pour ceux que l'on pousse, et pour ceux qui ont basculé, ce qui ne fait pas une exception négligeable.

5. Discussion

5.1 Un crédit mal posé, non simplement incertain

En deçà du nœud-col, la sortie stationnaire du procédé n'est pas une fonction univoque de la charge : à D fixé, deux branches stables coexistent, la branche saine et la branche acidifiée, séparées par une branche instable, et celle qu'occupe le réacteur dépend de son histoire. C'est la signature d'une courbe d'équilibre repliée en S, dont le nœud-col $\dot{x} = r - (x - x^*)^2$ marque le pli : le bord où la branche saine est détruite, le washout (Strogatz, 2018). La conséquence pour l'ACV est qu'un crédit climatique unique attaché à l'unité fonctionnelle n'est pas, dans cette fenêtre, une grandeur mal mesurée : c'est une grandeur *mal posée*. Une moyenne entre les deux branches ne décrit aucun état physique du réacteur, puisque celui-ci se tient sur l'une ou l'autre, jamais entre les deux. Inscrire un nombre unique revient à choisir tacitement l'une des deux histoires possibles du procédé. Sur le plan de la comptabilité, cela suggère une règle prudente : dans la fenêtre de bistabilité, et faute de preuve de robustesse, le crédit attribué devrait refléter la branche défavorable plutôt qu'une moyenne, le bénéfice plein n'étant revendiqué que pour un fonctionnement dont la distance au pli a été vérifiée par le suivi décrit au paragraphe 5.3.

Il importe de bien distinguer ce résultat d'un autre, qui le ressemble mais s'en sépare. Notre propos porte sur la bistabilité de la *dynamique du bioréacteur*, c'est-à-dire sur le procédé physique. Il ne porte pas sur la propagation de l'incertitude des données d'inventaire à travers un système de produits, qui est une question distincte. La première relève des équations du procédé ; la seconde, de la structure d'un inventaire et de la qualité de ses données.

5.2 Pourquoi le traitement avancé de l'incertitude ne suffit pas

On pourrait objecter que l'arsenal moderne de quantification d'incertitude en ACV, propagation par Monte-Carlo, prise en compte des corrélations entre paramètres, analyse de sensibilité globale (Groen et al., 2014), suffit à capturer le phénomène. Il n'en est rien, et la raison est structurelle. Ces méthodes propagent une incertitude *paramétrique* à travers une structure de modèle tenue pour *fixe* : elles tirent des paramètres dans leurs distributions, les passent dans un modèle donné, et produisent une distribution de sortie. Quelle que soit sa sophistication, cette distribution reste celle d'une réponse supposée univoque à des entrées dispersées ; elle est unimodale par construction. La bistabilité, elle, ne vient pas de la dispersion des entrées : elle vient de ce que le modèle lui-même possède, pour une même entrée, deux états stables. La sortie pertinente est alors bimodale et dépendante de l'histoire, ce qu'aucune propagation paramétrique à travers une structure fixe ne peut engendrer. Le défaut n'est donc pas un défaut de précision que l'on corrige en raffinant la propagation ; c'est un défaut de forme. Pour le voir, il suffit d'imaginer une analyse Monte-Carlo parfaite des

paramètres du modèle, conduite à partir d'un inoculum sain : elle produirait une distribution étroite et unimodale autour de la branche saine, et passerait entièrement à côté de l'existence même de la branche acidifiée, que pourtant une simple perturbation d'amorce suffit à atteindre. Reconnaître la bistabilité n'est donc pas un perfectionnement de l'analyse d'incertitude, c'est un préalable à celle-ci : il faut d'abord savoir sur quelle branche on se trouve, et à quelle distance du pli, avant de propager quoi que ce soit.

5.3 Le ralentissement critique comme indicateur opérationnel

Le résultat précédent est, en lui-même, une mauvaise nouvelle : il existe une fenêtre où le crédit n'est pas défini par la charge seule. Le ralentissement critique en est la contrepartie constructive. Parce que le temps de retour à l'équilibre diverge à l'approche du nœud-col, et parce que cette divergence se lit dans des grandeurs de routine, la montée de l'autocorrélation et de la variance des fluctuations, un digesteur instrumenté peut signaler l'approche de son basculement avant qu'il ne survienne. Cela ouvre une conduite et une comptabilité conscientes du régime : suivre l'indicateur, réduire la charge lorsqu'il s'allume, et n'attribuer le crédit qu'à un fonctionnement dont on a vérifié qu'il se tient à distance du pli. C'est une information qu'aucun indicateur statique ne fournit, et elle a une valeur pratique directe, puisqu'elle distingue un crédit robuste d'un crédit qui repose sur un état que le réacteur pourrait quitter.

L'intérêt de ce signal tient à ce qu'il ne requiert pas de mesure nouvelle : il s'appuie sur les variables déjà suivies en exploitation. Les indicateurs d'état de la digestion anaérobie, concentration en acides gras volatils, rapport entre acides et capacité tampon (FOS/TAC), hydrogène dissous, sont précisément ceux dont la variance et l'autocorrélation portent la signature du ralentissement critique (Boe et al., 2010). Concrètement, la détection se fait sur série temporelle : on calcule, sur fenêtre glissante, l'autocorrélation à délai un et la variance de l'indicateur retenu, et l'on guette leur montée conjointe, plutôt que le franchissement d'un seuil fixe par la valeur instantanée. Les méthodes statistiques de détection de ces signaux dans des séries réelles sont aujourd'hui standardisées (Dakos et al., 2012), y compris le traitement des écueils, tendance saisonnière, faux positifs, qui imposent de croiser plusieurs indicateurs. Le protocole qui en découle est sobre : instrumenter le réacteur, suivre variance et autocorrélation des indicateurs d'acides, réduire la charge ou renforcer l'alcalinité dès que ces grandeurs s'élèvent conjointement, et ne revendiquer un crédit climatique qu'à distance vérifiée du pli. La cartographie expérimentale directe de cette signature au cours d'une montée en charge contrôlée reste à faire ; elle constituerait la validation la plus directe du présent travail.

5.4 Portée et limites

Plusieurs limites bornent ce que nous établissons. La bistabilité et le nœud-col sont des propriétés du modèle AM2, dont les paramètres ont été identifiés sur un réacteur réel (Bernard et al., 2001) et dont la structure bistable a été établie analytiquement (Meadows et al., 2019) ; mais la cartographie expérimentale directe du nœud-col et du ralentissement critique sur un digesteur instrumenté, par suivi des indicateurs d'alerte au fil d'une montée en charge contrôlée, reste à réaliser, et c'est elle qui ferait passer ce résultat du statut de conséquence d'un modèle validé à celui de fait mesuré. Cet écart est toutefois plus étroit qu'il n'y paraît. Le ralentissement critique a déjà été observé directement, montée de variance et d'autocorrélation à l'appui, sur une population microbienne réelle approchant un point de bascule par dilution (Dai et al., 2012), c'est-à-dire dans un système de même nature et avec le même type de paramètre de contrôle qu'un digesteur. Ce qui reste à montrer n'est donc pas que le phénomène existe, mais qu'il se lit spécifiquement dans les indicateurs d'un digesteur ; et une analyse rétrospective de séries d'exploitation déjà publiées, où un réacteur s'est approché du lessivage, pourrait en principe l'établir sans expérience nouvelle. La magnitude du changement de signe du bilan climatique dépend de la charge opératoire fixe supposée, que nous déclarons sans la mesurer ; seul le changement de signe est indépendant de ce choix. Enfin, nous ne traitons ici qu'un procédé ; nous ne prétendons pas que tout procédé d'ACV soit bistable, mais que les procédés qui le sont, et la digestion anaérobie en est un cas documenté, demandent une comptabilité qui en tienne compte.

6. Conclusion

La digestion anaérobie est un procédé bistable, fait établi de sa dynamique. Nous en avons tiré une conséquence pour l'analyse de cycle de vie : dans la fenêtre de bistabilité, le crédit climatique attribué au procédé dépend de l'histoire du réacteur et non de la seule charge, de sorte qu'un crédit unique y est mal posé, et qu'une moyenne entre branches ne décrit aucun état réel. Le traitement avancé de l'incertitude ne corrige pas ce défaut, parce qu'il est de forme et non de précision. Nous avons enfin montré que le ralentissement critique fournit un signal d'alerte précoce mesurable du basculement, et qu'il ouvre une comptabilité consciente du régime. Pour les procédés susceptibles de bifurquer, l'ACV gagnerait à rapporter le régime, et pas seulement la quantité. Un crédit qui dépend de l'histoire du réacteur n'est pas un chiffre faux ; c'est un pari tacite sur la branche que la machine occupera, et c'est ce pari, bien plus que le chiffre, qu'une évaluation honnête doit rendre visible.

Références

- Batstone, D. J., Keller, J., Angelidaki, I., Kalyuzhnyi, S. V., Pavlostathis, S. G., Rozzi, A., Sanders, W. T. M., Siegrist, H., & Vavilin, V. A. (2002). The IWA Anaerobic Digestion Model No. 1 (ADM1). *Water Science and Technology*, 45(10), 65–73.
- Bernard, O., Hadj-Sadok, Z., Dochain, D., Genovesi, A., & Steyer, J.-P. (2001). Dynamical model development and parameter identification for an anaerobic wastewater treatment process. *Biotechnology and Bioengineering*, 75(4), 424–438.
- Boe, K., Batstone, D. J., Steyer, J.-P., & Angelidaki, I. (2010). State indicators for monitoring the anaerobic digestion process. *Water Research*, 44(20), 5973–5980.
- Dai, L., Vorselen, D., Korolev, K. S., & Gore, J. (2012). Generic indicators for loss of resilience before a tipping point leading to population collapse. *Science*, 336(6085), 1175–1177.
- Dakos, V., Carpenter, S. R., Brock, W. A., Ellison, A. M., Guttal, V., Ives, A. R., Kéfi, S., Livina, V., Seekell, D. A., van Nes, E. H., & Scheffer, M. (2012). Methods for detecting early warnings of critical transitions in time series. *PLoS ONE*, 7(7), e41010.
- Groen, E. A., Heijungs, R., Bokkers, E. A. M., & de Boer, I. J. M. (2014). Methods for uncertainty propagation in life cycle assessment. *Environmental Modelling & Software*, 62, 316–325.
- Heijungs, R., & Suh, S. (2002). *The Computational Structure of Life Cycle Assessment*. Springer.
- Li, L., He, Q., Wei, Y., He, Q., & Peng, X. (2017). Instability mechanisms and early warning indicators for mesophilic anaerobic digestion of vegetable waste. *Bioresource Technology*, 245(A), 90–97.
- McAvoy, S., Grant, T., Smith, C., & Bontinck, P.-A. (2021). Combining life cycle assessment and system dynamics to improve impact assessment: a systematic review. *Journal of Cleaner Production*, 315, 128060.
- Meadows, T., Weeder mann, M., & Wolkowicz, G. S. K. (2019). Global analysis of a simplified model of anaerobic digestion and a new result for the chemostat. *arXiv 1903.01257* (SIAM Journal on Applied Mathematics).
- Scheffer, M., Carpenter, S., Foley, J. A., Folke, C., & Walker, B. (2001). Catastrophic shifts in ecosystems. *Nature*, 413, 591–596.

- Scheffer, M., Bascompte, J., Brock, W. A., Brovkin, V., Carpenter, S. R., Dakos, V., Held, H., van Nes, E. H., Rietkerk, M., & Sugihara, G. (2009). Early-warning signals for critical transitions. *Nature*, 461, 53–59.
 - Strogatz, S. H. (2018). *Nonlinear Dynamics and Chaos* (2^e éd.). CRC Press.
 - Wu, D., Li, L., Zhao, X., Peng, Y., Yang, P., & Peng, X. (2014). Early warning indicators for monitoring the process failure of anaerobic digestion system of food waste. *Bioresource Technology*, 171, 308–316.
 - EN 15804:2012+A2:2019. *Contribution des ouvrages de construction au développement durable, déclarations environnementales sur les produits*.
-

Supplément

Code, table de paramètres et balayages de robustesse reproductibles : dépôt Zenodo (DOI à la première version stable). Les deux figures sont régénérées par les scripts de calcul fournis ; les balayages de robustesse (notamment sur KI2) y sont inclus.